

流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/redを用いた 圧力ベースSIMPLE法に基づく新しい圧縮性解法の開発

大西 陽一*

Development of a New Pressure-Based Compressible Solver for Advance/FrontFlow/red based on the SIMPLE Algorithm

Yoichi Onishi*

圧力ベース SIMPLE 法では、運動方程式の圧力勾配の離散化を定めると、連続の式から導かれる圧力ポアソン式の離散化が一意に決まる。本稿ではこの原理を圧縮性流れに拡張し、SLAU を参考にしてマッハ数に応じた風上離散化を圧力勾配項に導入した。これにより質量流束中の圧力拡散項の形式も一意に定まり、密度ベース解法で必要とされる調整パラメータを伴わずに低マッハ数から超音速までを統一的に扱う枠組みが得られた。衝撃波管問題、2次元円柱まわりの超音速流れ、およびキャビテーション流れへの適用を通じて、本手法が低マッハ数から超音速まで安定に解析可能であることを示した。

<https://doi.org/10.69290/j.001236-vol33>

Keywords: CFD, 圧縮性、SIMPLE 法、圧力ベース、衝撃波、高精度、スーパーコンピューター、シミュレーション、ソフトウェア、流体解析、大規模解析

1. はじめに

本稿では、筆者らが開発・運用する数値流体解析コード「Advance/FrontFlow/red」(以下、AFFr)に実装されている圧力ベース SIMPLE 法に対し、圧縮性流れへ対応させるために導入した新しい解法について述べる。具体的には、運動方程式の非粘性数値流束に含まれる圧力勾配項に、マッハ数に応じて中心差分と風上差分を切り替える制限関数を導入する。この制限関数自体は密度ベース解法、特に SLAU[1]を参考に行っている。ただし SLAU が複数の制限関数およびそれらに付随する調整パラメータを要するのに対し、本研究では運動方程式中の圧力勾配の切り替えのみに着目し、以降の処理は従来の SIMPLE 法の離散化手順に準じる。その結果、質量流束中の圧力拡散項にも、運動方程式に導入したスキームがマッハ数依存性を保ったまま一貫して反映される。

2. 支配方程式

簡単のため、以下の手法説明では拡散項を省略した Euler 方程式に基づいて議論を進める。

・質量保存式

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

・運動方程式

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I}) = 0 \quad (2)$$

・エネルギー保存式

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{u}) = 0 \quad (3)$$

・状態方程式

$$\rho = f(P, T) \quad (4)$$

以下ではまず既存の圧力ベース SIMPLE 法の離散化を述べ、続いて本研究で行った圧縮性への拡張内容を示す。

*アドバンスソフト株式会社 第3事業部

3rd Computational Science and Engineering Group,
AdvanceSoft Corporation

3. 既存の圧力ベース SIMPLE 法

SIMPLE 法では、支配方程式を陰解法によって解く。時刻を Δt 、時間 $t_n = n\Delta t$ 、 n ステップの値を使って、 $n+1$ ステップの値を求める。基本変数は p, u, h (エンタルピー) であり、空間離散化には有限体積法を用い、変数はセル中心 (コロケート) 配置とする。非定常 SIMPLE 法では、1 時間ステップあたりの外部反復が収束した時点で次の時間ステップへ進む。外部反復回数を m とすると

・質量保存式

$$\frac{\rho^{n+1(m)} - \rho^n}{\Delta t} V + \sum_f m_f^{n+1(m)} A_f = 0 \quad (5)$$

・運動方程式

$$\frac{\rho^{n+1(m)} u^{n+1(m)} - \rho^n u^n}{\Delta t} V + \sum_f (m_f^{n+1(m)} u_f^{n+1(m)} + p_f^{n+1(m)} n) A_f = 0 \quad (6)$$

・エネルギー式

$$\frac{\rho^{n+1(m)} E^{n+1(m)} - \rho^n E^n}{\Delta t} V + \sum_f m_f^{n+1(m)} H_f^{n+1(m)} A_f = 0 \quad (7)$$

ここで V はセル体積、 A_f は界面面積、 n は界面法線ベクトルである。質量流束を m_f と置いた。下添え字の f はセル界面上の物理量である。デルタ形式の外部反復法では、 m 回目の外部反復で物理量 ϕ は以下のように補正される。

$$\phi^{n+1(m)} = \phi^{n+1(m-1)} + \Delta \phi \quad (8)$$

外部反復で各物理量の補正量が微小量 ϵ より小さくなった時点で、時刻 $n+1$ ステップの解が収束したと判定し、次の時間ステップへ進む。

$$\phi^{n+1} = \phi^{n+1(m)} \text{ if } \Delta \phi < \epsilon \quad (9)$$

式(5)(6)(7)を Δ 形式で書き直す。ここで左辺に現

れる Δ は基本変数 u, p, h に関する補正量である。これらの補正量について線形化したのち、各種の線形反復法によって解を求める。

・質量保存式

$$a_p^p \Delta p + \sum_{nb} a_{nb}^p \Delta p_{nb} = - \left(\frac{\rho^{n+1(m-1)} - \rho^n}{\Delta t} V + \sum_f m_f^{n+1(m-1)} A_f \right) \quad (10)$$

・運動量保存式

$$a_p^u \Delta u + \sum_{nb} a_{nb}^u \Delta u_{nb} = - \frac{\rho^{n+1(m-1)} u^{n+1(m-1)} - \rho^n u^n}{\Delta t} V + \sum_f (m_f^{n+1(m-1)} u_f^{n+1(m-1)} + p_f^{n+1(m-1)} n) A_f \quad (11)$$

・エネルギー保存式

$$a_p^h \Delta h + \sum_{nb} a_{nb}^h \Delta h_{nb} = - \left(\frac{\rho^{n+1(m-1)} E^{n+1(m-1)} - \rho^n E^n}{\Delta t} V + \sum_f m_f^{n+1(m-1)} H_f^{n+1(m-1)} A_f \right) \quad (12)$$

ここで左辺の a^p, a^u, a^h は各保存式を基本変数 p, u, h の補正量に関して線形化したときの係数行列である。下添え字の p はセル p を意味し、 nb はセル p と接する隣のセル群を表す。

SIMPLE 法では、まず運動量保存式を陰的に解き、仮の速度 $u^{n+1(m)*}$ を以下のように表現する。

$$u^{n+1(m-1)} + \Delta u = u^{n+1(m)*} = u^{n+1(m)**} - \frac{1}{a_p^u} \sum_f p_f^{n+1(m-1)} n A_f \quad (13)$$

このとき行列係数 a_p^u を具体的に示すと

$$a_p^u = \frac{V \rho}{\Delta t} + \sum_f m_f^{eff} A_f \quad (14)$$

$$m_f^{eff} = \begin{cases} \min(m_f^{n+1(m-1)}, 0) & \text{if } P = L \\ \max(m_f^{n+1(m-1)}, 0) & \text{if } P = R \end{cases}$$

次にこの仮の速度 (13) を使って仮の質量流束 $m_f^{n+1(m)*}$ を以下のように構築する。

$$\begin{aligned} m_f^{n+1(m)*} = & \frac{1}{2} \left[\rho_L^{n+1(m)} \mathbf{u}_L^{n+1(m)*} \right. \\ & \left. + \rho_R^{n+1(m)} \mathbf{u}_R^{n+1(m)*} \right] \cdot \mathbf{n} \\ & + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_L^{n+1(m)}}{a_L^u} \sum_f p_{Lf}^{n+1(m-1)} \mathbf{n}_{A_{Lf}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\rho_R^{n+1(m)}}{a_R^u} \sum_f p_{Rf}^{n+1(m-1)} \mathbf{n}_{A_{Rf}} \right) \cdot \mathbf{n} \right. \\ & \left. - \frac{\rho_f \bar{V} \left(p_R^{n+1(m-1)} + \Delta p_R \right) - \left(p_L^{n+1(m-1)} + \Delta p_L \right)}{a_f^u dx} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

ここで下添え字の L, R は界面を挟む両側のセルをあらわし、界面法線ベクトルは L から R への方が正である。また簡単のためセル界面位置から両隣のセルまでの距離は等しいとし内挿補間関数は 1/2 とした。dx はセル LR 間の距離であり、 \bar{V} はセル LR のセル体積の平均 $\bar{V} = 0.5 \cdot (V_R + V_L)$ である。質量流束の右辺の第 1 中括弧は界面の両隣のセル LR の仮の速度 $m_{L,R}^{n+1(m)*}$ から界面質量流束を内挿補間して構築している。一方で第 2 中括弧は、第 1 中括弧の界面質量流束から式 (13) で表される圧力勾配の寄与をいったん差し引いたうえで、LR 間の圧力差として陽に書き直すという操作を表す。さらにこの圧力差の項を Δp で線形化する。式 (15) の $m_f^{n+1(m)*}$ を式 (5) に代入すれば式 (10) の圧力補正量 Δp に関する線形方程式に帰着する。非圧縮の場合は圧力補正量に関するポアソン方程式となり、圧縮性の場合にはさらに

$$\rho^{n+1(m)} = \rho^{n+1(m-1)} + \frac{\Delta p}{c_s^2} \quad (16)$$

の関係を使えば、式 (10) は圧力補正量に関する移流拡散方程式に帰着する。ここで c_s は音速である。圧縮性の場合、式 (10) について圧力補正量 Δp で線形化した形式を明記すると

$$\begin{aligned} & \frac{V}{c_s^2 \Delta t} \Delta p + \sum_{nb} \frac{m_{eff}}{(\rho c_s^2)} \Delta p_{nb} - \\ & \sum_f \frac{A_f \rho_f \bar{V}}{a_f^u} \frac{\Delta P_R - \Delta P_L}{\Delta x} = - \left(\frac{\rho^{n+1(m-1)} - \rho^n}{\Delta t} V + \right. \\ & \left. \sum_f m_f^{n+1(m)*} A_f \right) \end{aligned} \quad (17)$$

左辺の各項は、第一項が時間差分の寄与、第二項が移流項の寄与、第三項が数値散逸の寄与に対応する。一般にリーマン流束を用いた圧縮性スキームの議論では、式 (17) のように圧力変動の移流拡散方程式の形式に書き換えただけで、各項の音速依存性を検討するのが一般的である。本手法でも同様に、音速 c_s を無限大にとる極限では、時間項と移流項の寄与が消失し、非圧縮の場合のポアソン方程式に帰着する。

$$\sum_f \frac{A_f \rho_f \bar{V}}{a_f^u} \frac{\Delta P_R - \Delta P_L}{\Delta x} = \sum_f m_f^{n+1(m)*} A_f \quad (18)$$

圧縮性の式 (17) を解き圧力補正量 Δp が求めれば以下のように各物理量を更新する。

$$\begin{aligned} p^{n+1(m)} &= p^{n+1(m-1)} + \Delta p \\ m_f^{n+1(m)} &= m_f^{n+1(m)*} - \frac{\rho_f \bar{V}}{a_f^u} \frac{\Delta p_R - \Delta p_L}{dx} \\ \mathbf{u}^{n+1(m)} &= \mathbf{u}^{n+1(m)*} - \frac{1}{a_p^u} \sum_f \Delta p_f \mathbf{n}_{A_f} \end{aligned} \quad (19)$$

以上のように、既存の SIMPLE 法も音速を取り入れた圧縮性流体解析へ拡張できる。続いて、この圧縮性版 SIMPLE 法によって音波が表現できるかを検証する。1 次元かつ速度 0 の場合を考え、界

面面積 $A_f = 1$ 、セル体積 $V = A_f \cdot \Delta x = \Delta x$,速度行列係数 $a^u = \rho V / \Delta t = \rho \Delta x / \Delta t$ とすると

$$\frac{p_i^{n+1} - p_i^n}{\Delta t} = C_s^2 \Delta t \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (20)$$

$$\rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = C_s^2 \Delta t \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = D \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

となり、音波の拡散方程式となる。右辺の拡散係数 D にはユーザーが数値計算実行時に設定する時間刻み Δt が含まれる。これは、時間刻みを小さくすれば音波の数値拡散による減衰が抑えられ、逆に大きくとれば強い減衰が働くことを意味する。比較として、低マッハ数領域に拡張された密度ベース圧縮性スキーム（例えば SLAU）では、時間刻み Δt 以外にも音速定義のクーラン数が 1 以上になるような形式で特性時間 T_c を拡散項の中に別途導入する必要がある。[2]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{C_s \Delta x}{2} \max(1, \frac{C_s T_c}{\Delta x}) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (21)$$

低マッハ数拡張型の密度ベース圧縮性解法と比較して、人為的なパラメータの導入を要しない点は、SIMPLE 法に基づく本手法の利点の一つである。

ここまでで既存の SIMPLE 法の枠組みを示した。これを圧縮性解法の典型的な基礎検証問題である衝撃波管問題に適用する。移流項には 2 次風上 + slope limiter を用いた。図 1 に示すように、海外汎用ソルバー A の密度ベースソルバーの結果と比較すると、衝撃波前面および膨張波の付け根においてオーバーシュート・アンダーシュートが顕著に現れる。これは海外汎用ソルバー A の SIMPLE 法でも同様の傾向であった。さらに時間刻みを変えた計算も実施したところ、オーバーシュート・アンダーシュートは比較的小さくなったものの、密度ベースソルバーと比べると SIMPLE 法では依然として振動が現れやすい傾向が見られた。

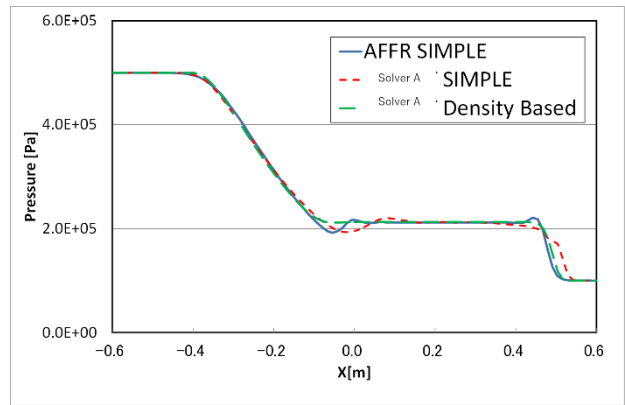


図 1 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ [sec]一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：圧力

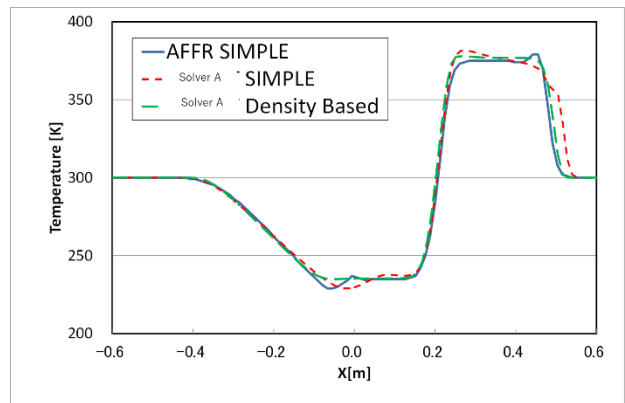


図 2 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ [sec]一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：温度

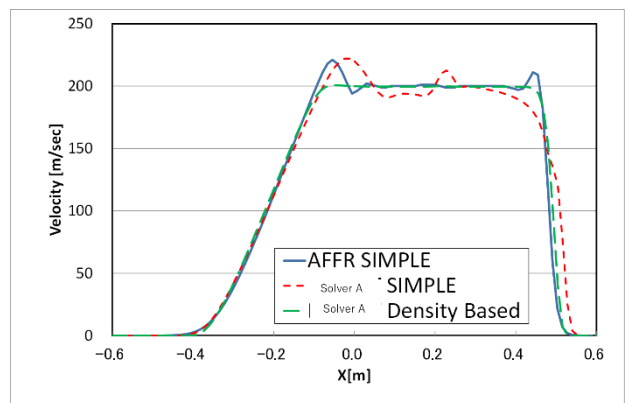


図 3 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ [sec]一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：速度

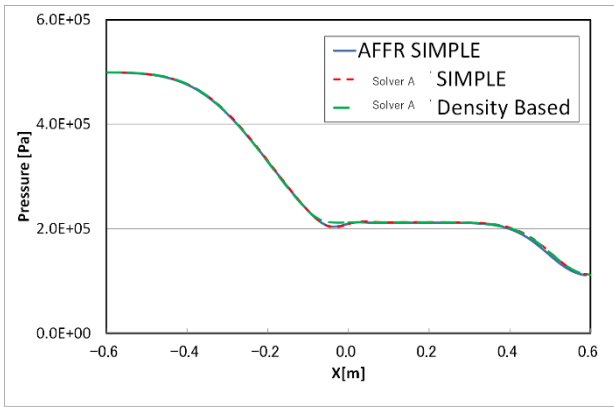


図 4 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-5}[\text{sec}]$ 一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：圧力

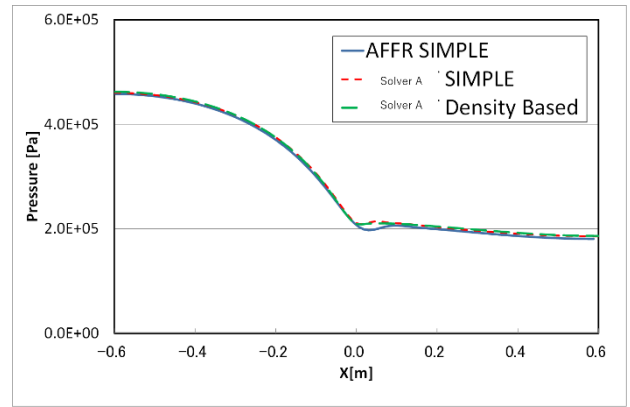


図 7 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-4}[\text{sec}]$ 一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：圧力

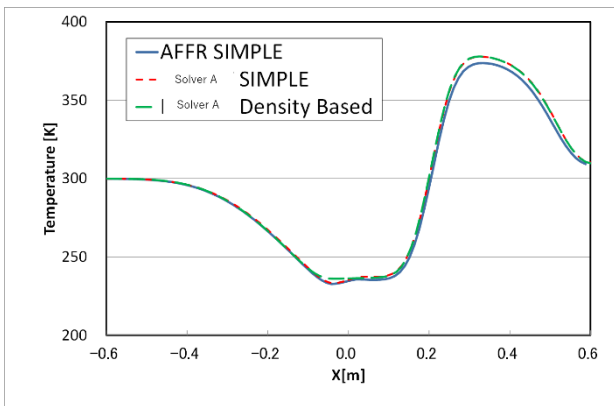


図 5 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-5}[\text{sec}]$ 一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：温度

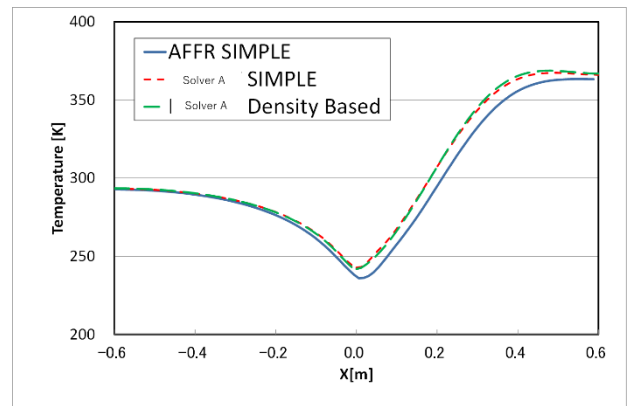


図 8 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-4}[\text{sec}]$ 一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：温度

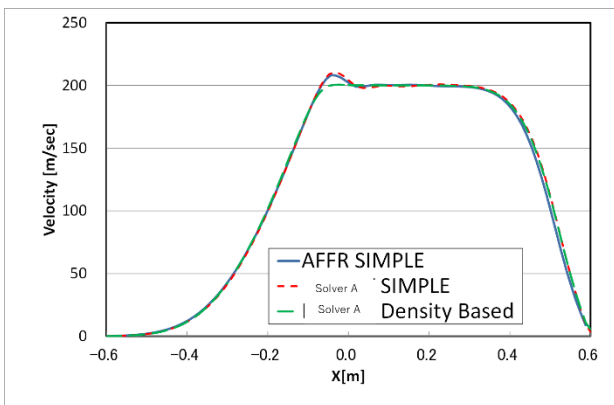


図 6 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-5}[\text{sec}]$ 一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：速度

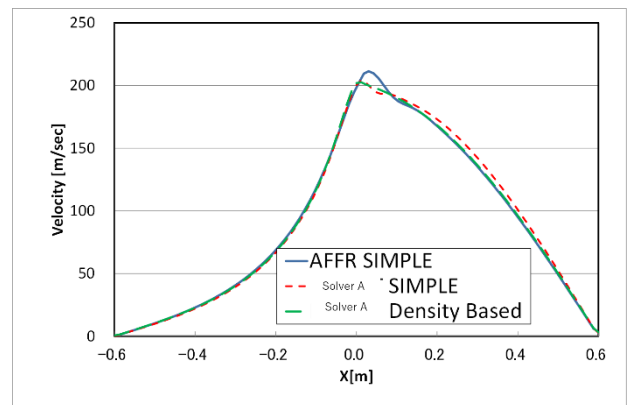


図 9 時間刻み $\Delta t = 5 \times 10^{-4}[\text{sec}]$ 一次元衝撃波管問題 AFFr と海外ソルバーA との比較：速度

4. SIMPLE 法の圧縮性改良

前章 3 では、既存の SIMPLE 法を圧縮性流れに拡張する際の定式化と、衝撃波管問題に適用した際に現れる数値振動の問題点を示した。既存の SIMPLE 法では、運動方程式中の圧力勾配にはマッ

ハ数によらず常に中心差分が用いられる。本章ではこの点に着目し、非粘性数値流束中の圧力勾配をマッハ数に応じて中心差分と風上差分の間で切り替える関数を導入する。これにより、SIMPLE法の枠組みを保ったまま、追加の制限関数なしに、低マッハ数から高マッハ数まで対応可能なスキームを構築できる。

比較のため、既存の SIMPLE 法における非粘性数値流束を示す。

・ エネルギー流束

$$\begin{aligned} (\rho E + p)u_f &= (\rho u H)_f = m_f H_f \\ &= \max(m_f, 0) H_L \\ &\quad + \min(m_f, 0) H_R \end{aligned} \quad (22)$$

・ 運動量流束

$$\begin{aligned} (m_f u + p)_f &= \max(m_f, 0) u_L \\ &\quad + \min(m_f, 0) u_R + p_f \\ &= \max(m_f, 0) u_L \\ &\quad + \min(m_f, 0) u_R \\ &\quad + 0.5(p_L + p_R) \end{aligned} \quad (23)$$

運動量保存式の数値流束に含まれる圧力勾配の差分形式を中心差分と定めれば、SIMPLE 法において質量流束 m_f に現れる圧力拡散項の表現は一意に決まる。これは式(15)に示した通りである。

圧縮性解法の改良として、運動方程式中の非粘性質量流束の界面圧力を、マッハ数を引数とした関数 $\beta(Ma)$ を導入して表現する。

改良運動量流束

$$\begin{aligned} (m_f u + p)_f &= \max(m_f, 0) u_L \\ &\quad + \min(m_f, 0) u_R \\ &\quad + (\beta p_L + (1 - \beta) p_R) \end{aligned} \quad (24)$$

ここで

$$\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4}(2 \mp M)(M \pm 1)^2, & |M| < 1 \\ \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(\pm M)), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

$$M = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}}{c}$$

これ以降の SIMPLE 法のアルゴリズムは従来と同一である。式(25)の流束を用いて仮の速度を求め、その仮の速度で質量流束を構築する。

$$\begin{aligned} m_f^{n+1(m)*} &= \text{ave}(\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| \text{diff}(\rho) \\ &\quad + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\rho_L^{n+1(m)}}{a_L^u} \sum_f p_{Lf}^{n+1(m-1)} (\beta) \mathbf{n} A_{Lf} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\rho_R^{n+1(m)}}{a_R^u} \sum_f p_{Rf}^{n+1(m-1)} (\beta) \mathbf{n} A_{Rf} \right) \cdot \mathbf{n} \right. \\ &\quad - \left(1 - \beta \right) \frac{\rho_f \bar{v} \left(p_R^{n+1(m-1)} + \Delta p_R \right) - \left(p_L^{n+1(m-1)} + \Delta p_L \right)}{dx} \left. \right] \end{aligned} \quad (26)$$

ここで

$$\text{ave}(q) = \frac{1}{2}(q_R + q_L) \quad (27)$$

$$\text{diff}(q) = \frac{1}{2}(q_R - q_L) \quad (28)$$

この質量流束が連続の式を満たすように圧力補正量 Δp を求め、各物理量を式(19)に従って更新し、収束すれば次の時間ステップへ進むという手順は、従来の SIMPLE 法と同様である。本手法に特徴的なのは、右辺中括弧内の圧力勾配項 $(P_R - P_L)/dx$ の係数に $(1 - \beta)$ がかかる点である。マッハ数が 1 以上の領域ではこの項の寄与が抑えられ、音速 C_s を無限大にとる極限では非圧縮の表式に帰着する。

ここで本手法の質量流束(26)を、代表的な密度ベース圧縮性スキームの質量流束と比較する。

SHUS は

$$\begin{aligned} m_{shus} &= \text{ave}(\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| \text{diff}(\rho) \\ &\quad - \frac{1}{c} \text{diff}(p) \end{aligned} \quad (29)$$

SLAU は

$$\begin{aligned} m_{slau} &= \text{ave}(\rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}| \text{diff}(\rho) \\ &\quad - \frac{f}{c} \text{diff}(p) \end{aligned} \quad (30)$$

$$f = (1 - M)^2 \quad (31)$$

いずれの手法でも、質量流束に現れる圧力拡散項の制御の仕方に特徴があり、設計上のアプローチの違いが顕在化している。密度ベース解法における圧力拡散項は、物理的な拡散項に対応する形（圧力の空間微分の形）で表現されておらず、数値拡散的な性格を強く帯びている。物理的な拡散項であれば本来、空間微分として書かれていなければならないが、この差異のためメッシュサイズに依存した結果分布が生じやすい。

一方、本手法では、運動方程式の圧力勾配の差分に用いたスキームに応じて、質量流束中の圧力拡散項の形式が一意に定まる。音速 C_s を無限大にとる低マッハ数極限ではポアソン式に帰着し、高マッハ数領域でも時間刻みを大きくとれば圧力拡散の効果により強く現れる。

以上の改良を施した圧力ベース SIMPLE 法を SOD 問題に適用した。図 10 に示すように、改良前に見られたオーバーシュート・アンダーシュートは解消され、波面を適切に捉えられている。

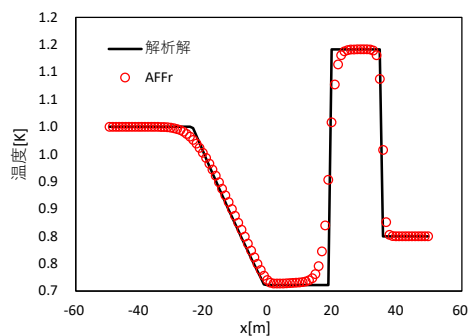
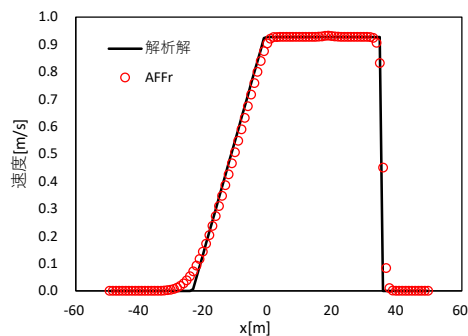
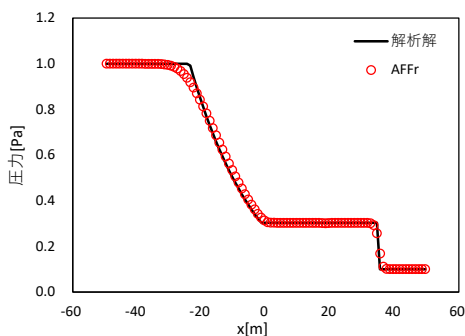
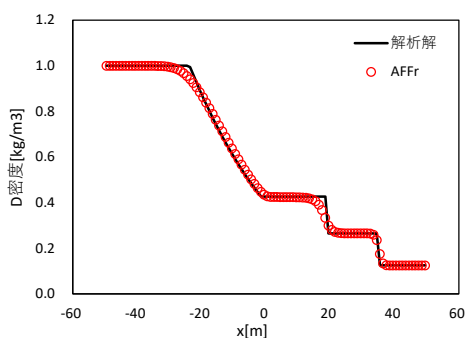


図 10 改良版圧縮性法を用いて SOD 問題を解いた結果

5. 実現象適用例

5.1.2 次元円柱、超音速解析

2次元円柱に対して超音速流れ解析を実施した。この問題は衝撃波捕獲法の検証のために用いられる代表的な問題である。条件は以下の通り。

表 1 解析手法

項目	設定
支配方程式	質量,運動量,エネルギー
スキーム	改良圧縮性 SIMPLE 法
熱力学物性値	理想気体状態方程式
離散化	2次風上+slope limiter
行列解法	ICCG 法
乱流モデル	RNG $k-\epsilon$

表 2 計算条件

円柱半径	200mm
メッシュ数	160×180
気流温度	63.73 [K]
圧力	370.6 [Pa]
気流マッハ数	2~8

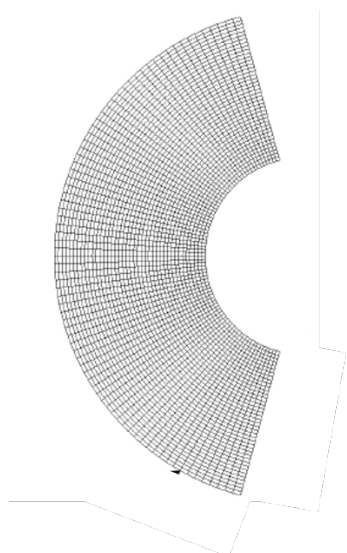


図 11 計算領域とメッシュ

図 12 から図 14 に、AFFr の改良スキームによって得られたマッハ数 8.1 の条件下における計算結果を示す。計算は約 1000 ステップで収束し、安定な分布が得られた。



図 13 マッハ数 8.1 の結果：マッハ数

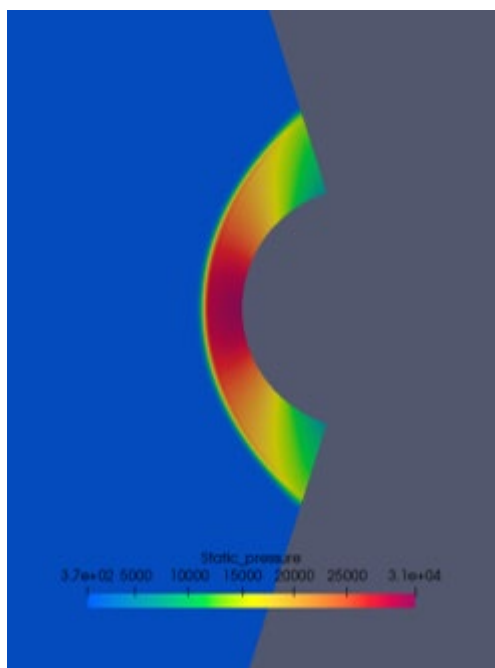


図 12 マッハ数 8.1 の結果：圧力

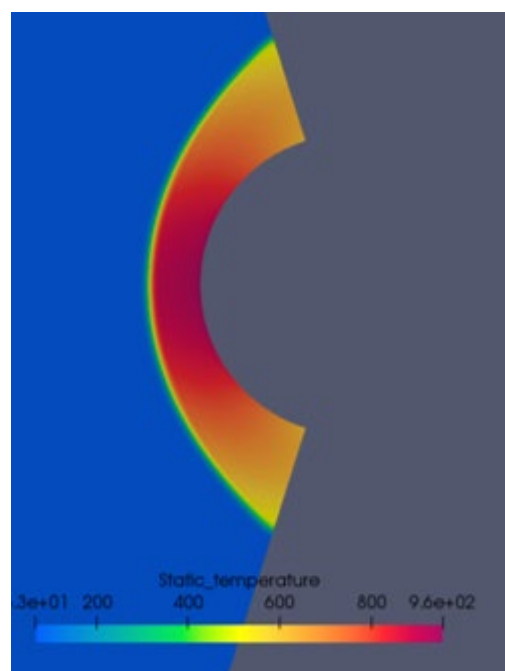


図 14 マッハ数 8.1 の結果：温度

図 15 に Stand-Off Distance の実験式[3]との比較を示す。良好に一致していることが分かる。

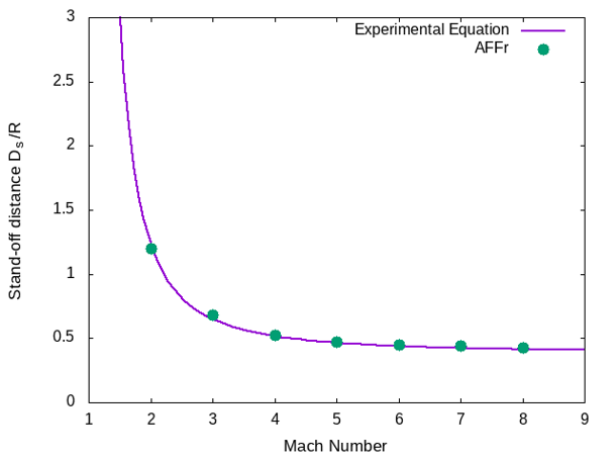


図 15 Stand-Off Distance の実験式との比較

5.2. キャビテーション、フラッシング流れ

ここではキャビテーション流れを対象とし、実測値との比較、および密度ベースソルバーとの精度・計算速度の比較を実施した[4]。

図 16 に計算領域を示す。上流側タンクに 7MPa の飽和水が配置され、ノズルを通じて 1 気圧の外部領域へ相変化を伴いながら噴出する。

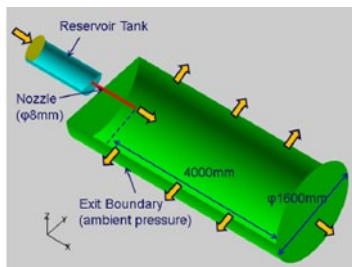


図 16 計算領域

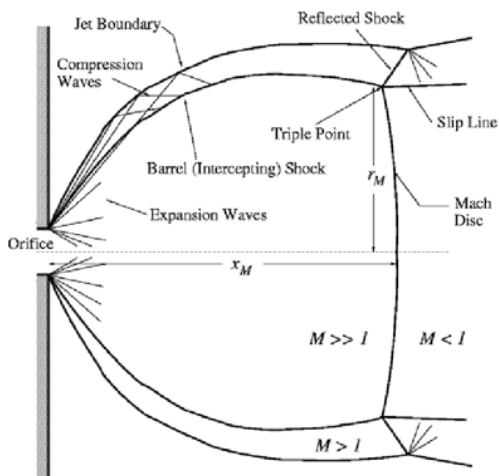


図 17 典型的なマッハディスク

表 3 AFF r と密度ベースソルバーの計算条件

	AFF r	密度ベースソルバー
支配方程式	質量 運動量 エネルギー 蒸気質量	Mass momentum energy preconditioning method
スキーム	改良圧縮性 SIMPLE 法	SLAU2 scheme
熱力学物性値	NIST table	Look-up table IAPWS-IF97
離散化	2 次風上+slope limiter	5 th order MUCSCL TVD
行列解法	ICCG 法	LU-SGS
乱流モデル	RNG k ε	Modified Smagorinsky
時間刻み	0.1 μ s	0.1 μ s

計算結果を以下に示す。

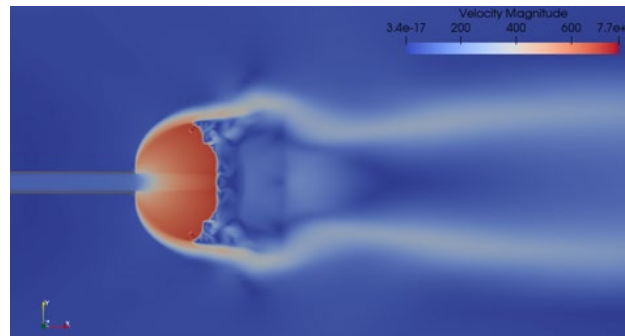


図 18 AFFr の速度場分布

図 18 に示すように、AFFr の新スキームは理論と整合するマッハディスクを形成している。図 19 図 20 に中心軸上の温度および圧力のプロファイルを示す。実測値と比較しても、衝撃波位置を適切に予測できていることが確認できる。

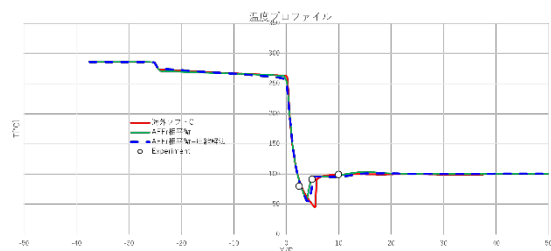


図 19 軸上温度場の比較

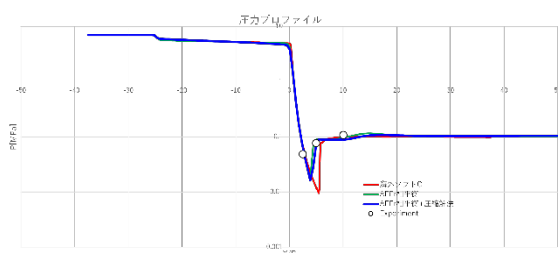


図 20 軸上圧力場の比較

6. 密度ベース法と圧力ベース法の位置づけと統合可能性

実用的な観点で見れば、CFD の利用全体に占める割合は圧力ベース法が圧倒的に大きい。一方で、密度ベース法の研究者や実装者が圧力ベース法に積極的な関心を示してこなかった背景には、純粋な技術性能の優劣というよりも、両者の適用分野や着目点の違いがあると考えられる。

6.1. 高マッハ数流れでの衝撃波捕捉精度の重視

密度ベース法は、高マッハ数流れや衝撃波を含む解析において高い性能を発揮してきた。そこで重視されてきたのは、リーマンソルバーや移流項スキームの設計といった、高速圧縮性流れ特有の課題である。これに対し、圧力ベース法は圧力-速度連成や陰的安定性に強みを持つものの、高マッハ数領域に主眼が置かれてこなかったため、その強みが圧縮性領域では十分に認知されてこなかったと考えられる。

6.2. 陰解法への構造的制約

密度ベース法の陰解法では、LU-SGS 法が事実上の標準となっている。しかしこの方式は逐次依存性が強く、GPU 化や並列化に制約を抱える。これを置き換えるにはコード構造の大幅な改修が必要であり、長年培われてきた実装資産や強みを損ないかねないため、慎重な対応が続いてきたと見られる。

6.3. SIMPLE 法は「スキーム」ではなく「陰的解法のアルゴリズム」

SIMPLE 法は、方程式系の離散化（スキーム設計）そのものではなく、陰的解法における圧力

と速度の連成手順を定めるアルゴリズムである。したがって移流項スキームとは直接競合せず、高マッハ数流れ向けの高精度スキームと組み合わせて用いることもできる。本研究の改良では、圧力勾配項の差分にのみマッハ数依存性を導入することで圧縮性に対応させつつ、移流項については密度ベース系の知見と共存可能な構造を保っている。

6.4. 対立ではなく相性の良さ

密度ベース法の高精度な移流項スキームと、SIMPLE 法における陰解法・線形解法の柔軟性は、本来は補完関係にある。高マッハ数流れにおいて移流項を密度ベース流の高精度スキームで扱いつつ、圧力-速度連成を SIMPLE 法で処理することにより、LU-SGS 法への依存から脱却し、GPU 化にも適した構造を構築できる。こうした観点に立てば、両者は技術的に対立するものではなく、それぞれの強みを活かして統合可能な関係にあると言える。

7. まとめ

本稿では、数値流体解析コード AFFr に実装した圧力ベース SIMPLE 法の、圧縮性流れへの拡張に関する改良を報告した。SIMPLE 法は本来、非圧縮性流れを対象として開発された手法であるが、運動方程式中の圧力勾配にマッハ数依存の差分切替を導入することで、超音速や強い圧縮性効果を伴う現象にも安定に適用できることを示した。

特に、キャビテーションのように全体としては非圧縮性が支配的でありながら局所的に圧縮性効果が現れる流れに対して、本手法は高い有効性を示す。SIMPLE 法を基盤として十分に検証され、かつ高速化された線形解法を活用できるため、高精度な解析と計算速度の両立が可能であり、産業応用への展開が期待される。

参考文献

- [1] 嶋英二、北村圭一、第 29 回数値流体力学シンポジウム、B05-1
- [2] 北村圭一、嶋英二、第 24 回数値流体力学

シンポジウム、B12-3

- [3] F.S.Billig, Shock-wave shapes around spherical- and cylindrical-nosed bodies, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.4, No.6, pp.822-823, 1967
- [4] 湯浅朋久、森田良、高橋志郎、第 25 回動力・エネルギー技術シンポジウム講演論文集、B212
- [5] <http://www.ciss.iis.u-tokyo.ac.jp/fsis/index.html>
- [6] <http://www.ciss.iis.u-tokyo.ac.jp/rss21/index.html>

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、それぞれの文献タイトルの下に記載した DOI から、PDF ファイル（カラー版）がダウンロードできます。また、本雑誌に記載された文献は、発行後に、JDREAMIII（日本最大級の科学技術文献情報データベース）に登録されます。