

円柱まわりの流れにおけるドラッグクライシスのLES解析と モード分解による評価

大野 修平* 大西 陽一*

LES Analysis and Modal Decomposition of Drag Crisis in Flow around a Circular Cylinder

Shuheii Oono* and Yoichi Onishi*

流体機器の設計最適化において広く用いられる応答曲面法やベイズ最適化等の手法は、設計変数空間における目的関数が滑らかであることを暗黙の前提としている。しかしドラッグクライシスに代表される物理的分岐が存在する設計空間では、この前提が根本的に崩れ、設計点間の補間が物理的に意味をなさない領域（不連続面）が生じる可能性がある。既存の最適化手法はこうした破綻を事前に検知する手段を持たず、熟練した解析者が広域スキャン計算の結果を目視で確認し、経験的に対処してきたのが実態である。

本稿はこの問題を出発点とし、物理的分岐の存在を定量的な指標として抽出することを目的とする。汎用流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red (AFFr) を用いた Wall-Resolved LES により、ドラッグクライシスを含む円柱まわりの流れ ($Re = 2.0 \times 10^5 \sim 5.5 \times 10^5$) を解析した。得られた時系列データにインクリメンタル POD を適用し、各 Re 数における固有値スペクトルを比較した結果、亜臨界域では固有値が急峻に減衰し少数モードによる再構成が可能であるのに対し、超臨界域では多数のモードにエネルギーが分散し低次元化の効率が大きく低下することを示した。

この固有値スペクトルの形状変化は、設計空間における流動状態の質的遷移を示す診断情報として解釈できる。すなわち、設計最適化の初期探索段階において、各設計点のスペクトル形状を評価することで、応答曲面近似が有効な領域と遷移近傍の不連続領域を事前に分類する指針が得られ、熟練者の目視判断の定量化・自動化に貢献できる。

<https://doi.org/10.69290/j.001227-vol133>

Keywords: Advance/FrontFlow/red、流体解析、LES、ドラッグクライシス、円柱まわりの流れ、POD

1. はじめに

流体力学が対象とする現象は極めて多岐にわたり、それらを数値的に解くアプローチも単一の手法でひとくくりに扱うことは困難である。数値流体解析(CFD)においては、対象の物理的性質や支配的な法則に応じて領域が細分化される。例えば、マッハ数に基づく低速の非圧縮性流れや衝撃波を伴う超音速流れ、気液二相流や非ニュートン流体などの複雑流体などが挙げられる。中でも、

*アドバンスソフト株式会社 第3事業部

3rd Computational Science and Engineering Group,
AdvanceSoft Corporation

流れの性質を決定づける最も重要な無次元数がレイノルズ数 (Re 数) である。CFD の観点において、レイノルズ数は「解析対象となる領域の最大サイズ (巨視的スケール)」と「物理的に解像しなければならない最小の渦スケール」の比と強く関連している。3次元空間の解析においては、必要となる計算メッシュ数 (空間解像度) がこのスケール比の3乗に比例して増大する。そのため、高レイノルズ数の乱流状態を厳密に解くことは必然的に計算負荷が極めて大きくなり、大規模な並列計算を要することが一般的である。

近年、こうした膨大な計算コストを削減し、設

計最適化や予測を迅速化するために、データ駆動型のアプローチが盛んに研究されている。具体的には、特異値分解などを用いた低次元化モデル (Reduced Order Model: ROM) や、物理法則をニューラルネットワークの損失関数に組み込んだ物理情報ニューラルネットワーク (PINNs)、さらには各種 AI サロゲートモデルなどが挙げられる。これらの手法は、特定のパラメータ空間内での補間や、定常的で比較的变化の緩やかな流れ場においては、計算時間を劇的に短縮する手法として多くの成功を収めている。

しかしながら、これらの手法は万能ではなく、適用が極めて困難な流動現象も存在する。特に、高度な非線形性を伴う遷移現象や、学習データが捉えきれない不安定な領域に対しては、単純なデータ駆動型モデルは予測精度が著しく低下する。その典型的な例であり、流体力学における重要なベンチマークとして知られているのが、円柱まわりの流れにおけるドラッグクライシスである。滑らかな円柱まわりの流れでは、 $Re = 3.5 \times 10^5$ 付近の臨界領域において、抗力係数が急激に減少する特異な挙動を示す。これは、円柱表面の境界層内において乱流が発達することで運動量交換が活発になり、流れの剥離が遅れることに起因する。剥離が遅れる結果として、円柱背後に形成される後流領域が狭まり、背面の圧力が回復することで抗力が激減する。このような急激な物理状態の遷移と強い非線形性を伴う現象を、限られた学習データに基づく ROM や AI モデルで正確に予測することは困難である。

複雑な流動現象を数学的に理解し、データ圧縮や低次元化の可能性を探るための強力なアプローチとして、固有直交分解(POD)といったモード分解手法がある。この手法は、流れ場の時系列データから支配的な空間構造を抽出するものであり、層流放出渦のような規則的な現象に対しては、わずか数個のモードで元の流れを再構成できるほど劇的な次元削減が可能である[1,2]。実際、低レイノルズ数の層流円柱後流 (カルマン渦放出) は、POD 低次元モデルの成功例として広く知られており、わずか数モードによる流れ場の再構成や

フィードバック制御への応用が実証されている [3,4]。しかしながら、このような低次元化の有効性はレイノルズ数が低く流れが規則的な場合に限られており、ドラッグクライシスのような高度に非線形な遷移現象への適用が可能かどうかは自明ではない。

そこで本稿では、複雑な非線形現象に対する第一原理に基づいた高精度解析の重要性を示すため、汎用流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red (AFFr) を用いて、ドラッグクライシス領域を含む円柱まわりの大規模 LES (Large Eddy Simulation) 解析を実施する。さらに、得られた高精度な時系列データに対し、前述の劇的な次元削減が可能か否かを検証するべく、AFFr に付属するモード分解ツールを用いて POD 解析を適用する。これにより、臨界領域における流動構造がいかにも多次的で複雑な特徴を有しているかをモード空間から明らかにする。

本稿の構成は以下の通りである。本章に続き、第 2 章で解析条件および計算手法を述べ、第 3 章で LES によるドラッグクライシスの解析結果を示す。第 4 章ではモード分解による分析結果を報告し、最後に第 5 章でまとめを述べる。

2. 解析条件および計算手法

本研究では、3 次元の非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を支配方程式とし、汎用流体解析ソフトウェア Advance/FrontFlow/red (AFFr) を用いて円柱まわりの流れの Large Eddy Simulation (LES) を実施した。数値計算手法として、空間離散化には 2 次精度中心差分法を、時間積分には Crank-Nicolson 法を用いている。また、非圧縮流体解析における圧力と速度の連成アルゴリズムには SIMPLEC 法が用いられている。SGS モデルには WALE モデルを採用した。

解析対象の物性値および境界条件は無次元化された値に基づいて設定した。一様流入速度を $U = 1$ [m/s]、流体密度を $\rho = 1.0$ [kg/m³]、円柱直径を $D = 1$ [m] とし、流体の粘性係数を $\mu = 1/Re$ [Pa·s] と定義することで任意のレイノルズ数 Re を設定した。本解析では、ドラッグクライシス前

後の状態変化を比較するため、亜臨界領域の $Re = 2.0 \times 10^5$ 、臨界領域の $Re = 3.5 \times 10^5$ 、および超臨界領域の $Re = 5.5 \times 10^5$ の3ケースについて計算を行った。計算領域は、円柱中心を原点として流れ方向に $40D$ 、上下方向に $30D$ 、スパン方向に πD の広さを確保している。

空間離散化には約 1,400 万セルのヘキサ主体の非構造格子を用いた。図 1 に計算領域全体の格子構成および円柱表面付近の格子解像度を示す。

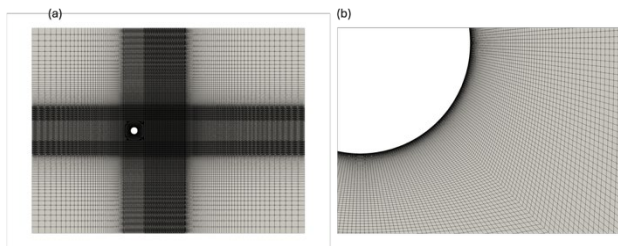


図 1 計算に用いた空間格子。(a) 全体の格子トポロジー、(b) 円柱壁面近傍の拡大図

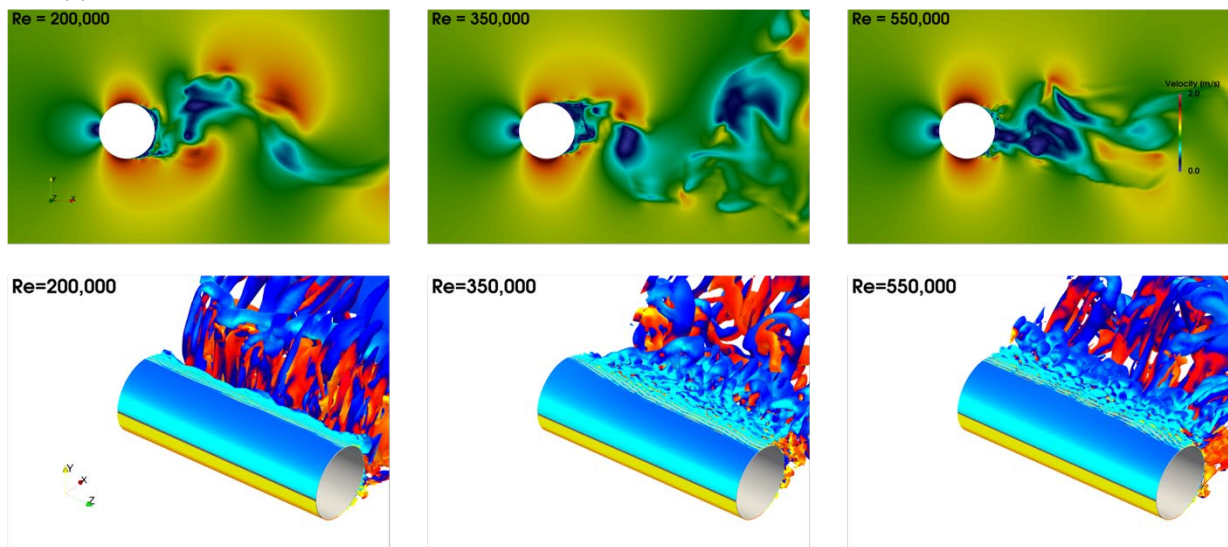


図 2 各 Re 数における流れ場の可視化。上段：スパン方向中央断面の速度コンター図、下段： Q 値等値面による渦構造 ($Re = 200,000, 350,000, 550,000$)

特に円柱壁面近傍では、最大レイノルズ数である $Re = 5.5 \times 10^5$ の条件下において、無次元壁面距離が $y \sim 1.0$ となるように境界層メッシュを細密に配置し、Wall-Resolved LES の要件を満たす解像度を確保した。時間刻みは $\Delta t = 0.001$ [s] と設定し、計算領域全体の最大クーラン数が約 0.3 となるようにして十分な時間解像度を確保した。

また、本解析では AFFr に実装されている GPU アクセラレータ対応のポアソンソルバーを活用し、実用的な計算コストの検証を行った。圧力の

ポアソン方程式の求解は、非圧縮性流体解析において計算時間の大半を占める部分であり、図 2 に示すように、GPU による高速化により全体の計算速度を大きく向上させることができる。本解析に利用した計算環境は、CPU に Intel Xeon Silver 4310 (2.10 GHz) + GPU に NVIDIA A30 (24 GB) から構成されるもので、CPU 単体で MPI 並列計算を行った場合の 48 並列と同程度の計算速度が得られ、高解像度な LES 解析を現実的なリソースと期間で実行できることが確認された。

3. LES によるドラッグクライシスの解析結果

本章では、前章で述べた計算手法を用いて得られた、各レイノルズ数における円柱まわりの流動場の特徴と空気力学的な特性について述べる。本解析において、円柱に働く抗力係数 C_d は以下の式で定義される。

$$C_d = \frac{F_d}{(1/2)\rho U^2 A} \quad (1)$$

ここで、 F_d は流れ方向の流体力（抗力）、 ρ は流体密度、 U は一様流入速度、 A は円柱の投影面積（直径 $D \times$ スパン長 L ）である。

3.1 抗力および揚力係数の変化

各レイノルズ数 ($Re = 2.0 \times 10^5, 3.5 \times 10^5, 5.5 \times 10^5$) における抗力係数および揚力係数の時間履歴、ならびに時間平均値を比較した。

表 1 各 Re 数計算結果における抗力係数

Re 数	抗力係数 C_d
2.0×10^5	1.11
3.5×10^5	0.74
5.5×10^5	0.47

亜臨界領域である $Re = 2.0 \times 10^5$ においては、時間平均抗力係数が約 1.11 と比較的高い値を維持している。臨界領域である $Re = 3.5 \times 10^5$ に達すると、時間平均抗力係数は 0.74 へと減少した。さらに $Re = 5.5 \times 10^5$ においては、抗力係数は 0.47 となり、超臨界領域においても低い値が維持された。 $Re = 2.0 \times 10^5$ から $Re = 3.5 \times 10^5$ にかけての抗力係数の急激な減少がドラッグクライシス（抗力危機）と呼ばれる現象であり、本解析はその特徴的な挙動を定量的に再現している。

3.2 流れ場の空間構造と剥離の遅れ

このような抗力の急激な変化の要因を物理的に考察するため、流れ場の空間構造を可視化した。図 2（上段）に円柱軸方向から見た流速分布のコンター図、図 2（下段）に Q 値（第二不変量）の等値面による渦構造をそれぞれ示す。

上段の速度コンター図から明らかなように、 $Re = 2.0 \times 10^5$ （亜臨界）では円柱の頂点付近で層流剥離が生じており、その後方に広く低速の伴流領域が形成されている。この広い伴流が円柱背面の圧力を低下させ、大きな圧力抵抗（抗力）を生み出している。一方、 $Re = 3.5 \times 10^5$ （臨界）および $Re = 5.5 \times 10^5$ （超臨界）では、剥離点が後方へと大きく移動していることがわかる。剥離の遅れによって伴流の幅が狭まり、背面圧力が回復したことが、前項で述べた抗力急減の直接的な要因である。

下段の Q 値等値面に着目すると、亜臨界領域（ $Re = 2.0 \times 10^5$ ）では比較的高コヒーレントな大規模カルマン渦が支配的である。臨界領域以降（ $Re = 3.5 \times 10^5, 5.5 \times 10^5$ ）では、円柱表面から剥離したせん断層内で急激に微細な 3 次元渦が発達しており、Re 数の増加とともにその密度が高まる様子が観察される。この境界層内での乱流遷移と活発な運動量輸送が、流れを再び壁面に付着させ（層

流はく離泡の形成)、最終的な剥離を遅らせるメカニズムとして働いていることが、高解像度の LES 解析によって明確に捉えられている。

4. モード分解による分析結果

本章では、前章の LES 解析から得られた時系列データに対し、POD を適用し、ドラッグクライシス領域における流動構造のダイナミクスを抽出・分析した結果について述べる。

4.1 モード分解解析ツールとインクリメンタル POD

本解析では、AFFr の一連のプログラム群の一部として、希望するユーザーに対して個別に提供されているモード分解用の付随ツールを使用した。本ツールは、AFFr が出力する大規模な非構造格子データと高度に親和しており、ソルバーの並列化効率を損なうことなく、大規模データからの特徴抽出が可能となっている。

本解析のような約 1,400 万セル規模の時系列データ群を扱う場合、標準的なスナップショット POD[2]では全ステップのデータをメモリ上に保持する必要があり、大量のメモリ量が必要となる。この問題を避けるため、本解析ではインクリメンタル POD[5,6]を採用した。インクリメンタル POD は、新たなデータが読み込まれるたびに既存の固有モード基底を動的に更新していくアルゴリズムであり、全データを一度にロードすることなく、大規模・長時間の解析データから効率的に支配的なモードを抽出することができる。1,400 万セル規模の Wall-Resolved LES データに対し、限られた計算リソースでモード分解を完遂させるためには、このインクリメンタル POD の適用が不可欠であった。

4.2 POD によるエネルギー寄与率の分析

各レイノルズ数において抽出された POD モードの固有値スペクトルを比較した。図 3 に、モード番号に対する正規化固有値 $\lambda_i / \lambda_{\max}$ の推移を示す。

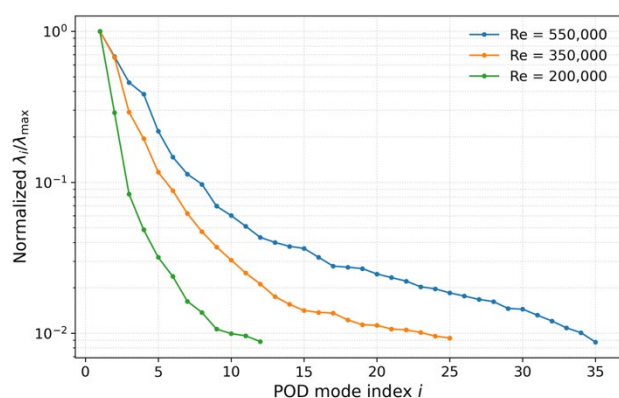


図 3 各 Re 数における POD 固有値の正規化スペクトル ($\lambda_i / \lambda_{\max}$)

亜臨界領域 ($Re = 2.0 \times 10^5$) では固有値スペクトルが急峻に減衰しており、第 1 モードに流れのエネルギーが強く集中していることが示された。これは、比較的規則的なカルマン渦放出が流れ場を支配していることと対応する。この傾向は層流円柱後流で報告されている POD 低次元モデルの有効性[3,4]と一致しており、亜臨界領域においては少数モードによる効率的なモード分解が可能であると考えられる。一方、超臨界領域 ($Re = 5.5 \times 10^5$) ではスペクトルの減衰が緩やかになり、高次モードまで有意な固有値が分布している。これは、ドラッグクライシスを経た境界層内での乱流遷移により、流れの空間構造が多次元化・微細化し、多数のモードにエネルギーが分散していることを定量的に示している。臨界領域 ($Re = 3.5 \times 10^5$) はその中間的な挙動を示しており、亜臨界から超臨界への遷移過程における流動構造の変化が段階的に捉えられている。以上の結果は、層流域では極めて効率的な低次元化が可能な POD が、ドラッグクライシス近傍の高レイノルズ数流れでは流れ場の再構成に多数のモードを要するようになり、低次元化の効率が大きく低下することを示している。

5. まとめ

本稿では、汎用流体解析ソフトウェア AFFr を用いた Wall-Resolved LES により、円柱まわりの流れにおけるドラッグクライシスのシミュレーションを行った。さらに、インクリメンタル POD によるモード分解ツールを組み合わせることで、

流動場に内在する非線形性と複雑性の増大を定量的に評価した。

本稿で得た POD 固有値スペクトルの変化は、設計最適化の文脈においても重要な示唆を持つ。現在広く用いられている応答曲面法やベイズ最適化といった設計最適化手法は、設計変数空間における目的関数が十分に滑らかであることを暗黙の前提としている。しかしながら、ドラッグクライシスのような物理的分岐が存在する設計空間では、この前提が根本的に崩れる。Re 数あるいは形状パラメータのわずかな変化が遷移条件を跨いだ瞬間、流れ場の支配的な構造が変化し、目的関数は不連続に近い急変を示す。このような領域で得られた設計点間を補間することは、物理的に意味をなさない。本稿の POD 解析はその崩れを定量的に示している。亜臨界から超臨界にかけての固有値スペクトルの変化は、流れ場を支配する構造が根本的に変化したことを示す指標として解釈できる。すなわち、POD 固有値スペクトルの形状は、設計空間における「物理状態の境界」の存在を示す診断情報になりうる。

このことはエンジニアリングの実務において直接的な意味を持つ。現在の設計最適化フローでは、応答曲面法やベイズ最適化といった手法が設計変数空間の全域に適用されることが多いが、物理的分岐を含む領域ではこれらの手法が原理的に誤った補間を行うことになる。設計者がそれに気づく手段は現状存在せず、熟練者が広域スキャン計算の結果を目視で確認することで経験的に回避してきたのが実態である。本稿の POD 固有値スペクトルは、その目視判断を定量的な指標として置き換える可能性を持つ。具体的には、設計最適化に先立って粗い広域スキャン計算を行い、各設計点の POD スペクトル形状を評価することで、「応答曲面近似が有効な領域」と「物理的分岐が疑われる領域」を自動的に分類する診断フローが構想できる。前者には既存の最適化手法をそのまま適用し、後者には詳細 CFD による精査を集中させることで、計算資源を戦略的に配分することが可能になる。

ただし、POD 分解はエネルギーの空間的分布を

捉えるものであり、流れ場の時間的ダイナミクス（固有周波数や成長・減衰率）を直接抽出するものではない。物理的分岐の前兆を固有値として捉え、設計最適化の事前診断シグナルとして定式化するためには、動的モード分解（DMD）への展開が必要である。DMD は Koopman 作用素の有限次元近似として、支配的な時空間モードとその固有値を抽出することができ、遷移前後でのスペクトル構造の変化を定量的に追跡することに適している。今後、本解析で得られた LES データを起点として、DMD による遷移検出シグナルの抽出と、設計最適化フレームワークへの接続を進める予定である。AFFr は無制限ライセンスの下で大規模な並列 LES 計算を実用的なコストで実現できる。この特性は、設計空間の広域スキャンを前提とする上記のアプローチと構造的に整合しており、AI 時代における物理に根ざした設計最適化インフラとしての役割を果たしていく方針である。

参考文献

- [1] G. Berkooz, P. Holmes, J. L. Lumley, The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 25 (1993) 539-575.
- [2] L. Sirovich, Turbulence and the dynamics of coherent structures. Part I: Coherent structures, *Quart. Appl. Math.* 45 (1987) 561-571.
- [3] B. R. Noack, K. Afanasiev, M. Morzynski, G. Tadmor, F. Thiele, A hierarchy of low-dimensional models for the transient and post-transient cylinder wake, *J. Fluid Mech.* 497 (2003) 335-363.
- [4] M. Bergmann, L. Cordier, Optimal control of the cylinder wake in the laminar regime by trust-region methods and POD reduced-order models, *J. Comput. Phys.* 227 (2008) 7813-7840.
- [5] M. Brand, Incremental singular value decomposition of uncertain data with missing values, in: *Proc. 7th European Conference on Computer Vision (ECCV 2002)*, Springer, Berlin, 2002, pp. 707-720.
- [6] Y. Ohmichi, Preconditioned dynamic mode decomposition and mode selection algorithms for large datasets using incremental proper orthogonal decomposition, *AIP Advances* 7 (2017) 075318.
- [7] S. L. Brunton, B. R. Noack, P. Koumoutsakos, Machine learning for fluid mechanics, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 52 (2020) 477-508.
- [8] N. Ashton, et al., WindsorML: High-fidelity computational fluid dynamics dataset for automotive aerodynamics, arXiv:2407.19320 (2024).
- [9] N. Ashton, et al., AhmedML: High-fidelity computational fluid dynamics dataset for incompressible, low-speed bluff body aerodynamics, arXiv:2407.20801 (2024).

※ 技術情報誌アドバンスシミュレーションは、それぞれの文献タイトルの下に記載した DOI から、PDF ファイル（カラー版）がダウンロードできます。また、本雑誌に記載された文献は、発行後に、JDREAMIII（日本最大級の科学技術文献情報データベース）に登録されます。